

## DINAMICA ULTRASCURTĂ A EXCITONILOR COERENȚI SUB ACȚIUNEA CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC EXTERN

Costel ȘURA, Anatol ROTARU, Theodor GEREGHI, Iurie NICA

LCȘ „Sinergetica”

Appearance of ultrashort dynamic chaos of excitons was investigated under the action of the external electromagnetic field in condensed media. The system of differential equations that describes the system evolution and the numeric solutions of the system were obtained. Different regimes of oscillations were observed to occur depending on the system parameters. The parameter values were determined at which ultrashort dynamic chaos can be observed.

### 1. Introducere

Studierea dinamicii neliniare a excitonilor și fotonilor în medii condensate și biologice prezintă un interes sporit în legătură cu importanța lor practică și prezicerea unor fenomene principial noi în corpuri solide și obiecte biologice.

După cum se cunoaște, există două clase de sisteme dinamice: *conservative* și *dissipative*. O caracteristică distinctă a sistemelor dissipative și a dinamicii lor constă în faptul că regimul dinamic stabilit nu depinde de starea inițială. Sistemul dinamic dissipativ tinde către posibili atractori clasici în spațiul de fază, cum sunt stările de echilibru și ciclurile-limită, care corespund regimului de oscilații periodice.

În sistemele dissipative, în afară de mișcarea deterministă, este posibilă și dinamica haotică, care actualmente se dezvoltă intens.

Instabilitatea haotică se explică prin faptul că o deviere oricât de mică în condițiile inițiale crește rapid în timp din cauza instabilității și sistemul se caracterizează printr-un regim neregulat, haotic. În spațiul de fază al sistemului dissipativ apar atractori stranii. Ei reprezintă mulțimi complicate cu o structură fractală din ce în ce mai fină. Cât privește sistemele hamiltoniene conservative, aici pot fi evidențiate clasele de sisteme integrabile și neintegrabile. Ultimele, în anumite condiții, manifestă o dinamică complicată și haos determinist hamiltonian. Teoria haosului dinamic în sisteme hamiltoniene a fost dezvoltată de Kolmogorov, Arnold, Sinai, Ciricov, Mozer, Zaslavskii ș.a. [1,2].

La etapa actuală se studiază intens dinamica neliniară în sisteme optice neliniare și în sisteme de evisiparticule în medii condensate și obiecte biologice, atât cu considerarea proceselor de relaxare, cât și în sisteme hamiltoniene. În particular, în lucrările noastre [3-11] a fost dezvoltată teoria dinamicii neliniare și a haosului dinamic în sisteme de excitoni, fotoni și biexcitoni coerente, atât în caz dissipativ, cât și hamiltonian. Această lucrare este consacrată dinamicii stochastice a excitonilor coerente sub acțiunea radiației monocromatice externe cu considerarea efectelor cooperative neliniare.

### 2. Hamiltonianul problemei. Ecuațiile de mișcare

Vom studia dinamica neliniară a excitonilor sub acțiunea radiației laser infraroșii în medii condensate în cristale cubice de tipul  $\text{Cu}_2\text{O}$ .

În acest cristal există niveluri energetice excitonice care se caracterizează cu reprezentările  $\Gamma_5^+$  și  $\Gamma_4^-$  [12].

Hamiltonianul sistemului are forma:

$$\hat{H} = \sum_{i,k} \varepsilon_i(k) a_{ik}^+ a_{ik} + \sum_{j,k} \varepsilon_j(k) a_{jk}^+ a_{jk} - \sum_{i,j,k} E \left( \mu_{ij} a_{jk}^+ a_{ik} + \mu_{ji} a_{jk} a_{ik}^+ \right), \quad (1)$$

unde  $a_{mk}^+$  și  $a_{mk}$  sunt operatori de creare și anihilare a excitonilor,  $\varepsilon_i, \varepsilon_j$  – energiile excitonilor din stările  $\Gamma_5^+$  și  $\Gamma_4^-$ ,  $E$  – componenta electrică a câmpului electromagnetic în cristal,  $\mu_{ij}$  – element de matrice al vectorului momentului dipolar la tranziția între stările  $i$  și  $j$  ale funcției de undă în reprezentarea de coordonate.

În continuare vom determina componentele pseudovectorului

$$\bar{R}_{lmnk}(E, t) = \langle \psi_l(t) | \sigma_{nk} | \psi_m(t) \rangle, \quad (2)$$

unde  $\psi_{e,m}$  sunt funcțiile de undă ale sistemului,  $\sigma_{nk}$  – matricea operator șasedimensională [12].

Vom considera că intensitatea câmpului magnetic este paralelă cu planul  $\langle 001 \rangle$  al cristalului cubic, iar pentru momentul  $t = 0$  toți excitonii se află în starea energetică  $\Gamma_5^+$ . Atunci ecuațiile de mișcare ale componentelor vectorului  $\text{Re}_{mk}(t)$  au forma [13]:

$$\begin{cases} \frac{dR_x}{dt} = \omega_{21}(k)R_y - 2\hbar^{-1} E \text{Im}(\mu_{14})R_z \\ \frac{dR_y}{dt} = -\omega_{21}(k)R_x + 2\hbar^{-1} E \text{Re}(\mu_{14})R_z \\ \frac{dR_z}{dt} = -2\hbar^{-1} E \text{Re}(\mu_{14})R_y + 2\hbar^{-1} E \text{Im}(\mu_{14})R_x \end{cases} \quad (3)$$

unde  $\omega_{21}(k) = \frac{\varepsilon_2(k) - \varepsilon_1(k)}{\hbar}$ ,  $\text{Re}(\mu_{14})$  și  $\text{Im}(\mu_{14})$  sunt părțile reale și imaginare ale vectorului  $\vec{\mu}_{14}$ ,

$$R_x \equiv R_{111k}, \quad R_y \equiv R_{112k}, \quad R_z \equiv R_{113k}.$$

În continuare vom considera că  $\text{Im} \mu_{em} = 0$ . Aceasta se poate obține prin alegerea respectivă a frecvențelor de undă.

Atunci, din (3) obținem:

$$\begin{aligned} \dot{R}_x &= \omega_{21}R_y \\ \dot{R}_y &= -\omega_{21}R_x + \frac{2}{\hbar} \text{Re}(\mu_{14})ER_z \\ \dot{R}_z &= -\frac{2}{\hbar} \text{Re}(\mu_{14})ER_y. \end{aligned} \quad (4)$$

Vom considera că câmpul electromagnetic total constă din câmpul autocorelat  $E_a$  și câmpul extern monocromatic în formă de undă plană liniar polarizată cu amplitudinea  $\varepsilon_0$  și frecvența  $\Omega$ :

$$E(z, t) = E_a(z, t) + \varepsilon_0 \cos(\Omega t - k'z). \quad (5)$$

Vom presupune că câmpul  $E_a(z, t)$  este de asemenea liniar polarizat și depinde de o singură coordonată îndreptată în direcția propagării impulsului.

Câmpul electromagnetic autocorelat  $E_a$  satisface ecuația Maxwell:

$$\frac{\partial^2 E_a}{\partial x^2} - \frac{\eta^2}{c} \frac{\partial^2 E_a}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (6)$$

unde  $\eta$  este partea nerezonantă a indicelui de refracție,  $c$  – viteza luminii în vacuum,  $P$  – polarizarea creată de sistemul de excitoni.

Vom examina câmpul autocorelat în forma:

$$E_a(z, t) = \varepsilon_1(t) \cos(\omega t - kz) + \varepsilon_2(t) \sin(\omega t - kz), \quad (7)$$

unde  $\omega = ck$ . Câmpul poate fi reprezentat în forma (7) presupunând, de exemplu, că cristalul este plasat într-un rezonator inelar unimodal cu frecvența proprie  $\omega$ . În continuare vom presupune că  $\omega = \omega_{21}$ .

Introducând notațiile:

$$R^+ = R_x + iR_y \quad (8)$$

$$R^- = R_x - iR_y$$

din (4) obținem:

$$\begin{aligned} \dot{R}^+ &= i\alpha ER_z - i\omega_{21}R^+, \\ \dot{R}^- &= -i\alpha ER_z + i\omega_{21}R^- \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{R}_z = \frac{i\alpha E}{2}(R^+ - R^-),$$

unde  $\alpha = \frac{2}{\hbar} \text{Re}(\mu_{14})$ . Căutăm  $R^\pm$  în forma

$$R^\pm = \tilde{R}_{(t)}^\pm e^{\mp i\omega_{21}t} \quad (10)$$

Din (9) obținem :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{R}}^+ &= i\alpha ER_z e^{i\omega_{21}t} \\ \dot{\tilde{R}}^- &= -i\alpha ER_z e^{-i\omega_{21}t} \end{aligned} \quad (11)$$

Substituind (5) și (6) în (11) și presupunând că se respectă condițiile aproximației unei rotative

$$\begin{aligned} |\omega_{21} - \omega| &\ll \omega_{21} \\ |\omega_{21} - \Omega| &\ll \omega_{21} \\ \frac{\alpha\varepsilon_1}{\hbar} \sim \frac{\alpha\varepsilon_2}{\hbar} &\ll \omega_{21} \\ \frac{\alpha\varepsilon_0}{\hbar} &\ll \omega_0, \end{aligned} \quad (12)$$

putem neglija termenii ce conțin  $2\omega$  [165] și obținem:

$$\tilde{R}^+ = \frac{i\alpha R_z}{2} \left\{ \varepsilon_1 e^{i(\omega_{21}-\omega)t+ikz} - \frac{\varepsilon_2}{i} e^{i(\omega_{21}-\omega)t+ikz} + \varepsilon_0 e^{i(\omega_{21}-\Omega)t+ikz} \right\} \quad (13)$$

Introducem notațiile:

$$\begin{aligned} M^\pm &= R^\pm e^{\pm i(\omega_{21}t-kz)} \\ M_z &= R_z. \end{aligned} \quad (14)$$

Substituind (13) în (14), obținem:

$$\begin{aligned} \dot{M}^+ &= \frac{i\alpha M_z}{2} \{ \varepsilon_1 \cos(\omega_{21} - \omega)t - \varepsilon_2 \sin(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_0 \sin(\Delta t - (k - k')z) \} - \\ &- \frac{\alpha M_z}{2} \{ \varepsilon_1 \sin(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_2 \cos(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_0 \sin(\Delta t - (k - k')z) \}, \end{aligned} \quad (15)$$

unde  $\Delta = \omega_{21} - \Omega$ .

Introducem notația

$$M^\pm = M_x \pm iM_y. \quad (16)$$

Separăm în (15) părțile reală și imaginară:

$$\dot{M}_x = -\frac{\alpha M_z}{2} \{ \varepsilon_1 \sin(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_2 \cos(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_0 \sin(\Delta t - (k - k')z) \} \quad (17)$$

$$\dot{M}_y = \frac{\alpha M_z}{2} \{ \varepsilon_1 \cos(\omega_{21} - \omega)t - \varepsilon_2 \sin(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_0 \cos(\Delta t - (k - k')z) \}.$$

Utilizând (8), (10) și (14), obținem:

$$\begin{aligned} \dot{M}_z = \frac{i\alpha}{4} & \left[ M^+ \varepsilon_1 e^{-i(\omega_{21} - \omega)t} - iM^+ \varepsilon_2 e^{-i(\omega_{21} - \omega)t} + M^+ \varepsilon_0 e^{-i(\omega_{21} - \Omega)t + i(k - k')z} - \right. \\ & \left. - M^- \varepsilon_1 e^{i(\omega_{21} - \omega)t} - iM^- \varepsilon_2 e^{i(\omega_{21} - \omega)t} - M^- \varepsilon_0 e^{i(\omega_{21} - \Omega)t - i(k - k')z} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

Introducem (16) în (18):

$$\begin{aligned} \dot{M}_z = -\frac{\alpha}{2} & \{ -\varepsilon_1 M_x \sin(\omega_{21} - \omega)t + \varepsilon_1 M_y \cos(\omega_{21} - \omega)t - \varepsilon_2 M_x \cos(\omega_{21} - \omega)t - \\ & - \varepsilon_2 M_y \sin(\omega_{21} - \omega)t - \varepsilon_0 M_x \sin(\Delta t - (k - k')z) + \varepsilon_0 M_y \cos(\Delta t - (k - k')z) \}. \end{aligned} \quad (19)$$

Acum vom efectua transformări în ecuația Maxwell (6). Presupunem că este satisfăcută aproximația amplitudinilor lent-variabile (AALV)  $|\dot{\varepsilon}_{1,2}| \ll \omega_{21} |\dot{\varepsilon}_{1,2}|$ .

Atunci:

$$-c^2 \frac{\partial^2 E_a}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_a}{\partial t^2} = -2\omega \dot{\varepsilon}_1 \sin(\omega t - kz) + 2\omega \dot{\varepsilon}_2 \cos(\omega t - kz). \quad (20)$$

Conform [12], când  $|\vec{E}| \ll 100$ , polarizarea poate fi reprezentată în forma:

$$P = \frac{1}{2} \hbar \alpha \rho R_x, \quad (21)$$

unde  $\rho$  este densitatea cvasiparticulelor.

Atunci, în aproximația amplitudinilor lent-variabile (AALV)  $\dot{R}^\pm \ll \omega_{21} \dot{R}^\pm$ ,

obținem:

$$4\pi \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 2\pi \hbar \alpha \rho \omega_{21}^2 [M_x \cos(\omega_{21}t - kz) + M_y \sin(\omega_{21}t - kz)] \quad (22)$$

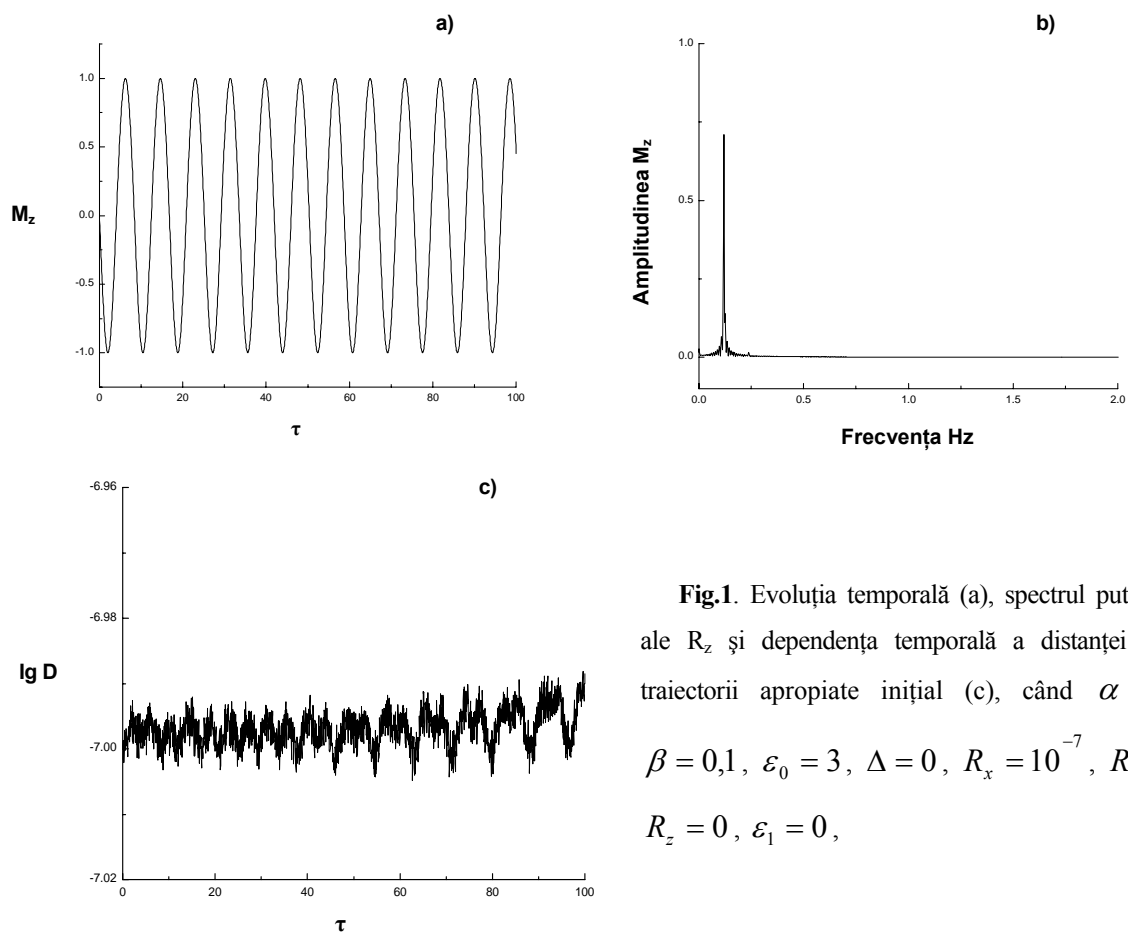
Egalând (20) și (22), în cazul  $\omega = \omega_{21}$  separăm termenii pe lângă  $\sin$  și  $\cos$  și obținem ecuațiile Maxwell reduse

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \beta M_y, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \beta M_x, \end{aligned} \quad (23)$$

unde  $\beta = 2\pi\rho \text{Re}(\mu_{14})\omega_{21}$ .

În cazul  $\omega = \omega_{21}$ , din (17) și (19) obținem:

$$\begin{aligned} \dot{M}_x &= -\frac{\alpha M_z}{2} [\varepsilon_2 + \varepsilon_0 \sin(\Delta t - (k - k')z)] \\ \dot{M}_y &= \frac{\alpha M_z}{2} [\varepsilon_1 + \varepsilon_0 \cos(\Delta t - (k - k')z)] \\ \dot{M}_z &= \frac{\alpha M_x}{2} [\varepsilon_2 + \varepsilon_0 \sin(\Delta t - (k - k')z)] - \frac{\alpha M_y}{2} [\varepsilon_1 + \varepsilon_0 \cos(\Delta t - (k - k')z)] \end{aligned} \quad (24)$$

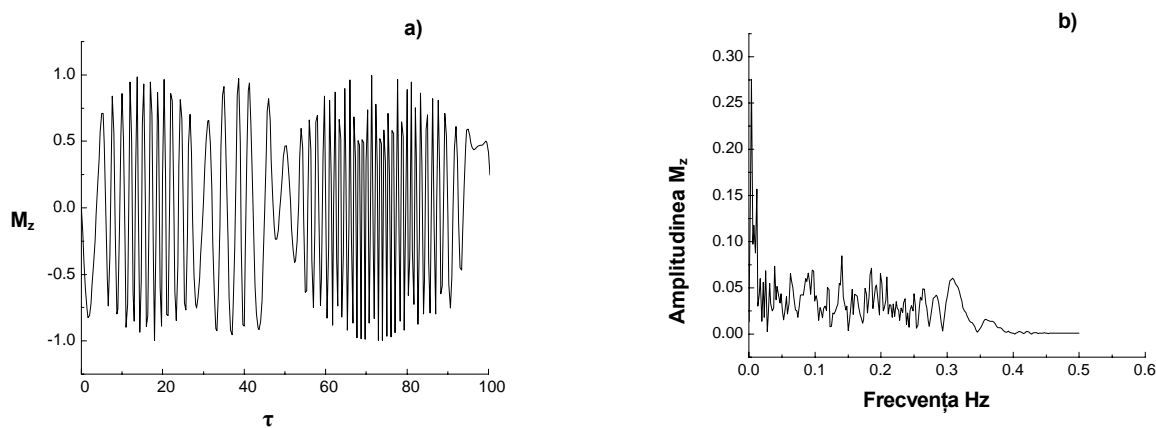


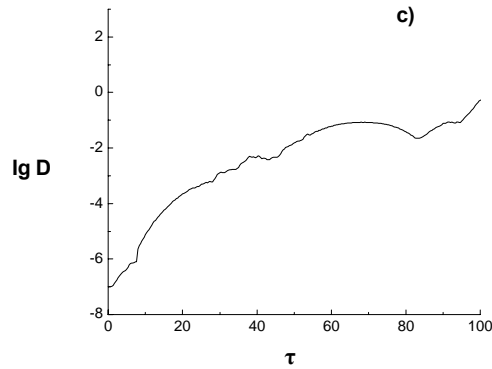
**Fig.1.** Evoluția temporală (a), spectrul puterii (b) ale  $R_z$  și dependența temporală a distanței dintre traiectorii apropiate inițial (c), când  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $\varepsilon_0 = 3$ ,  $\Delta = 0$ ,  $R_x = 10^{-7}$ ,  $R_y = 1$ ,  $R_z = 0$ ,  $\varepsilon_1 = 0$ ,

### 3. Simularea computațională

Calculul numeric al sistemului de ecuații (23) - (24) a fost efectuat în variabile adimensionale  $\tau = \omega_{21} t$ ,

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{\omega_{21}}, \bar{\varepsilon}_i = \frac{\varepsilon_i \mu_{14}}{\hbar \omega_{21}}, i = 1, 2, \bar{\alpha} = 2 \cdot \frac{\hbar}{\mu_{14}}, \bar{\beta} = \beta \cdot \frac{\mu_{14}}{\hbar \omega_{21}^2}, \bar{M}_{x,y,z} = \frac{M_{x,y,z}}{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}.$$



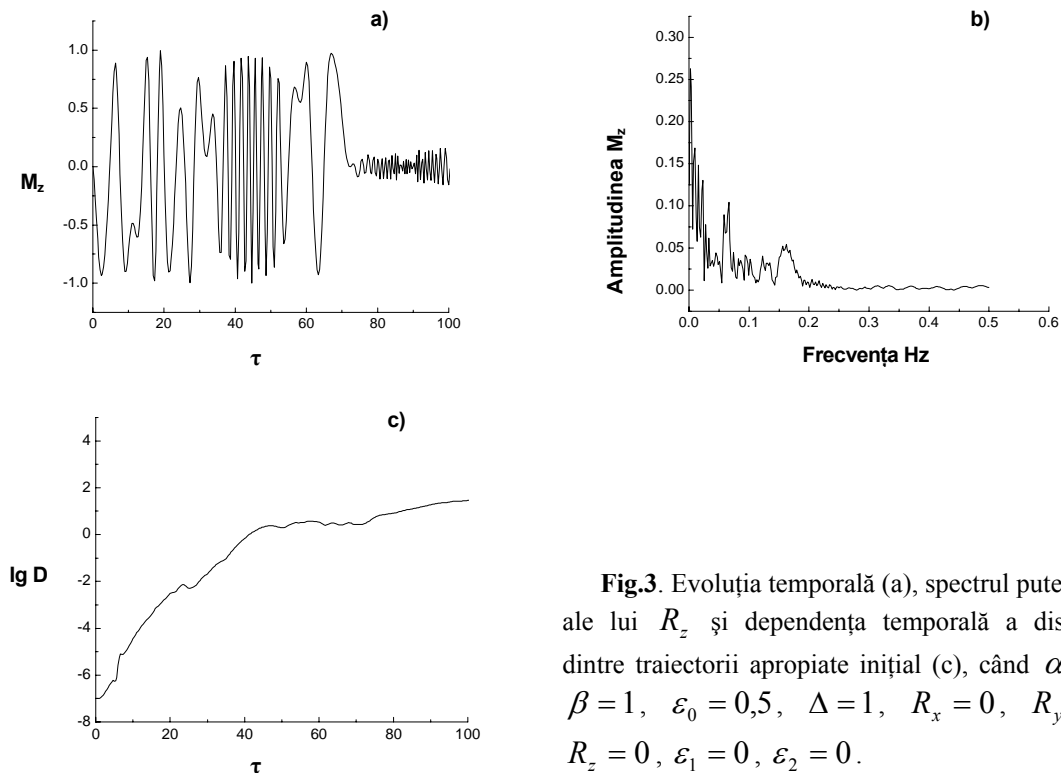


Pentru a găsi diferențele dintre regimurile stochastic și cvasiperiodic ale sistemului dinamic (23) - (24), în afară de traiectoriile de fază au fost calculate spectrele Fourier și instabilitatea locală.

Instabilitatea locală se determină ca logaritmul distanței dintre două traiectorii apropiate în momentul inițial

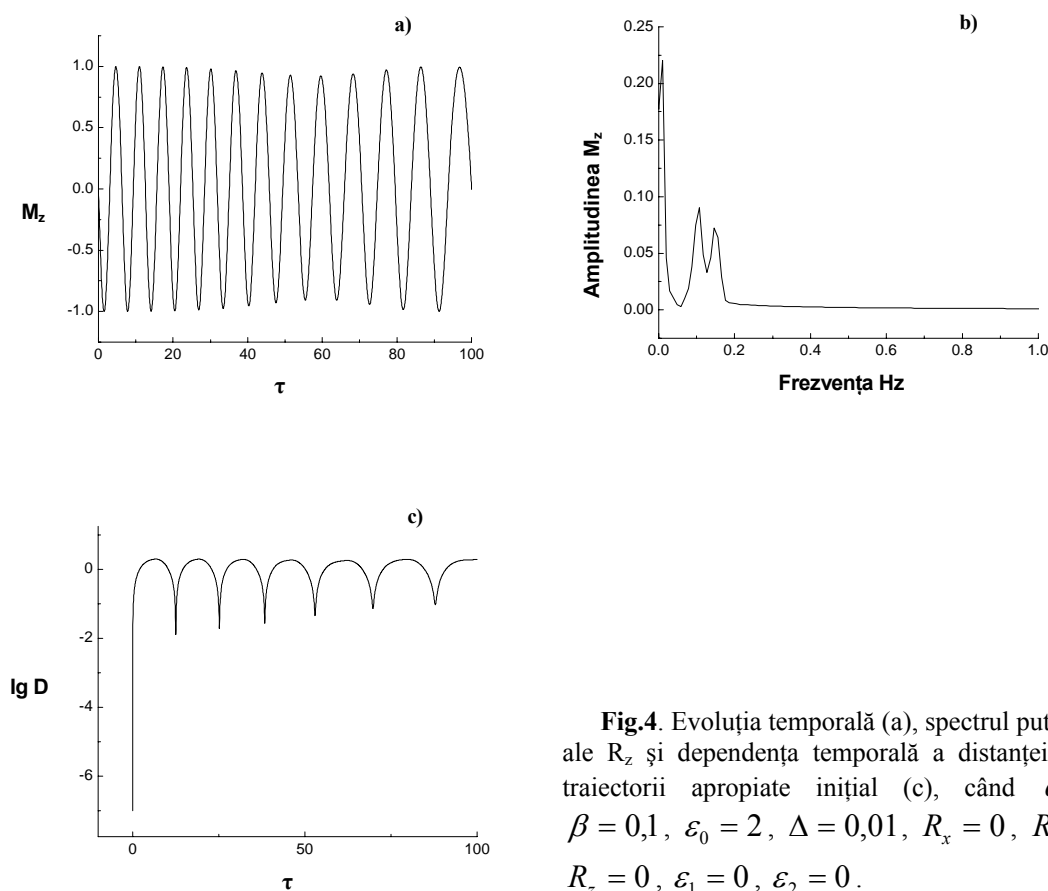
$$\text{de timp: } U(\tau) = \ln \left\{ \sum_{i=x,y,z} [\bar{R}_{i1}(\tau) - \bar{R}_{i2}(\tau)]^2 + \sum_{i=1,2} [\bar{\varepsilon}_{i1}(\tau) - \bar{\varepsilon}_{i2}(\tau)]^2 \right\}.$$

Timpul de evoluție al sistemului trebuie să fie mai mic ca timpurile de relaxare a cvasiparticulelor. De asemenea, amplitudinea câmpului extern poate fi considerată definită doar un timp limitat, când energia câmpului extern este mai mare decât energia absorbită de mediu din câmpul extern.



Simularea computațională a arătat că în sistemul (23) - (24) sunt posibile atât oscilații cvasiperiodice, cât și haotice. În Figura 1 este arătat regimul cvasiperiodic de mișcare. Spectrul puterii oscilațiilor este discret, iar distanța dintre traiectoriile inițial apropiate rămâne mică în timp. În Figurile 2 și 3 este arătat regimul haotic de mișcare. Spectrul puterii oscilațiilor este continuu, iar distanța dintre traiectoriile apropiate inițial crește până la 1.

În afară de aceste regimuri distincte de evoluție, în sistem a fost depistat un regim intermediar de evoluție (Fig.4), pe care îl putem numi „haos slab”. Sistemul păstrează trăsăturile mișcării cvasiperiodice, dar distanța dintre traiectoriile inițial apropiate are un caracter oscilant, apropiindu-se periodic de valoarea 1, caracteristică pentru mișcarea haotică.



**Fig.4.** Evoluția temporală (a), spectrul puterii (b) ale  $R_z$  și dependența temporală a distanței dintre traiectorii apropiate inițial (c), când  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $\varepsilon_0 = 2$ ,  $\Delta = 0,01$ ,  $R_x = 0$ ,  $R_y = 1$ ,  $R_z = 0$ ,  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = 0$ .

**Referințe:**

1. Заславский Г., Сагдеев Р. Введение в нелинейную физику. - Москва: Наука, 1995, с.385.
2. Заславский Г. Стохастичность динамических систем. - Москва: Наука, 1984, с.271.
3. Ротару А.Х., Залож В.А. Оптическая самоорганизация экситонов и биэкситонов в полупроводниках. - Кишинёв: Штиинца, 1990, с.115.
4. Zaloz V.A., Rotaru An.H., Tronchu V.Z. Optical hysteresis, switchover and self-pulsation of excitons and biexcitons in condensed media // JETP. - 1993. Vol.76. - No.3. - P.487-496.
5. Ротару А.Х., Трончу В.З. Разрушение стохастических автоколебаний когерентных экситонов и фотонов в полупроводниках // Физика твердого тела. - 1994. - Т.36. - Вып.1. - С.20-24.
6. Rotaru An.H., Tronchu V.Z. Nonlinear time-independent and time-dependent propagation of light in direct-gap semiconductors with paired excitons bound into biexcitons // JETP. - 1997. -Vol.85. - No.5. - P.971-978.
7. Rotaru A.Kh., Shura K.V. Ultrashort stochasticization of coherent quasiparticles in condensed media // Fiz. Tv. Tela (Physics of the Solid State). - 1991. - No33(7). - P.1973-1977.
8. Rotaru A.Kh., Shura K.V. Dynamic optical chaos of coherent excitons and biexcitons in semiconductors // JETP. - 1993. - Vol.77. - No.1. - P.60-67 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. - 1993. - Vol.104. - P.2374-2387].

9. Rotaru A.Kh., Shura K.V. Ultrashort dynamic chaos of biexcitons // JETP. - 1995. - Vol.80. - No.2. - P.240-247 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. - 1995. - Vol.107. - No.2. - P.450-462].
10. Rotaru A.Kh., Shura K.V. Two-photon ultrashort nonlinear dynamics of coherent bosonic quasiparticles in condensed media // JETP. - 1998. - Vol.86. - No.6. - P.1132-1140 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. - 1998. - Vol.113. - No.6. - P.2065-2080].
11. Tronciu V.Z., Shura K.V., Rotaru A.Kh. The appearance of structures of excitons, photons, and biexcitons, regular and chaotic in time, in direct-band semiconductors // Physics of the Solid State. - 2002. - Vol.44. - No.2. - P.235-240 [Fiz.Tv.Tela. - 2002. - Vol.44. - No.2. -P.226-231].
12. Шмиглюк М.И., Бардецкий П.И. Лазерная спектроскопия экситонов в полупроводниках. - Кишинёв: Штиинца, 1980, с.125.
13. Ibidem.

***Notă:** Lucrarea a fost îndeplinită în cadrul Proiectului de cercetări „Sisteme multidimensionale integrabile și prioritățile lor geometrice” cu susținerea Academiei de Științe a Moldovei și a Fondului de Cercetări Fundamentale a Rusiei (Grant Nr. 11R 06.01. CRF).*

*Prezentat la 12.12.2007*